

2025年8月3日

機械理工学専攻・マイクロエンジニアリング専攻・航空宇宙工学専攻

2026年度大学院修士課程入学試験問題

機械力学

(150点)

13:00～14:30

問題数 2問

注意事項

1. 問題冊子は試験監督者の指示があるまで開かないこと.
2. 問題冊子は表紙と白紙の他に5ページある.
3. 問題2問すべてに解答せよ.
4. 落丁・乱丁・印刷不鮮明等があった場合は,手を挙げてすみやかに試験監督者に申し出ること.

このページは白紙である.

このページは白紙である.

このページは白紙である.

1.

図1-1は球1, 面1, 面2, 段差を示す. 球1は平面運動, すなわち, 紙面に相当する平面に平行な並進運動とその平面に垂直な軸周りの回転運動のみを行うとする. 球1は一様な密度の剛体球で, 質量は m , 半径は a であり, 中心を点 O とする. 面1と面2は水平な平面, 段差の側面は鉛直な平面である. 面2は面1より高い位置にあり, 段差の高さは h で, $a > 3h$ である. 重力加速度を g とする. m, a, h は正の定数である. 転がり抵抗や空気抵抗は無視できる. 面1, 面2, 段差は動かず, かつ, 変形しない. 問い1の各図は点 O を含む断面を示しており, 球1と面1, 面2, 段差との接触はこの断面内でのみ生じる. 球1と段差が接触するときに接触点となる段差のかどを点 P とする. 変数の上のドット($\cdot$)は時間微分を表す. 以下の問いに答えよ.

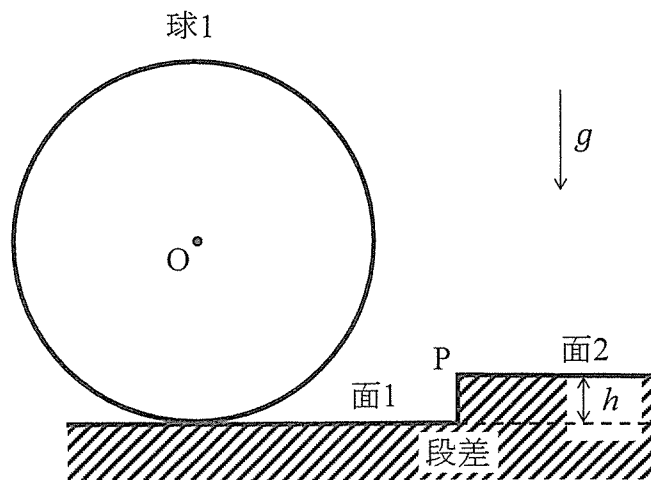


図1-1

1-1

初期状態では球1は面1と点 P に接して静止していたが, 図1-2に示すように, ある時刻 t_1 に球1に点 P 周りの角速度 ω_0 を与えた. すなわち, 時刻 t_1 での球1の点 P 周りの角速度を ω_0 とする. 図1-3は, 球1が点 P に接し, かつ, 点 P ですべることなく, 点 P 周りに回転する状況を示す. 図1-3に示すように, PO 方向(点 P から点 O に向かう方向)と水平面がなす角を θ とする. ω_0 と θ の正方向は, それぞれ図1-2と図1-3に矢印で示した向きにとる. ω_0 は正の定数である. なお, 球1が点 P に接しているときは球1は点 P ではすべらない.

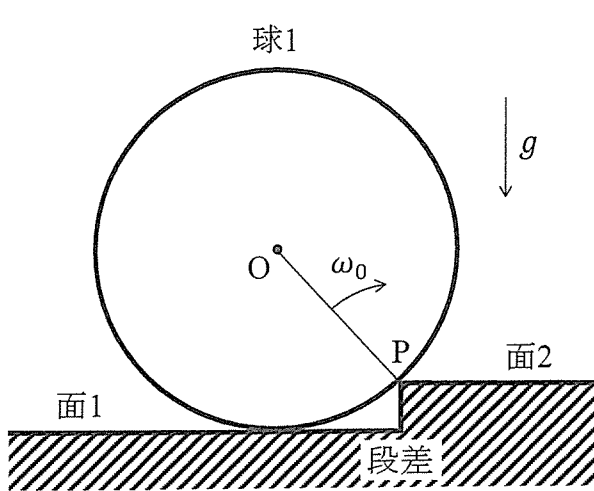


図 1 - 2

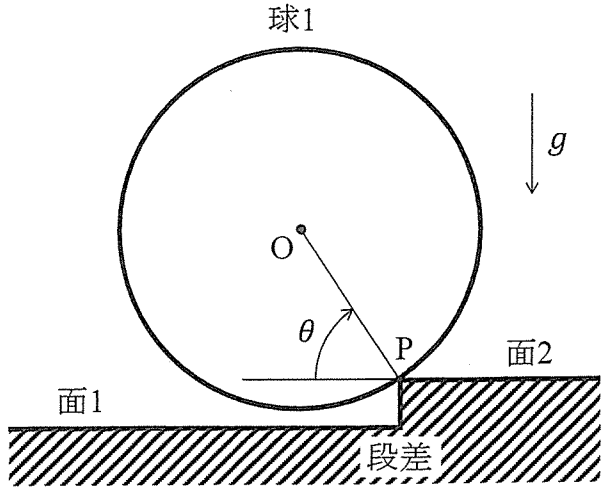


図 1 - 3

問い 1 - 1 (1) から問い 1 - 1 (4) では、球 1 が点 P に接した状態で点 P 周りに回転する場合を対象とする。

- (1) 点 O 周りの球 1 の慣性モーメントが $2ma^2/5$ となることを用いて、点 P を通り紙面に垂直な軸周りの球 1 の慣性モーメントが $7ma^2/5$ となることを示せ。
- (2) 時刻 t_1 での球 1 の運動エネルギーと重力による位置エネルギーを、 m, a, h, ω_0, g から必要なものを用いて示せ。なお、面 2 の高さを重力による位置エネルギーの基準とする。
- (3) 球 1 が段差を上がりきるとき、すなわち、点 O が点 P の真上となる位置に達するとき $\dot{\theta} > 0$ となるために ω_0 が満たすべき条件を式で示せ。式は ω_0 のみを左辺にして示すこと。
- (4) 点 P から球 1 に作用する力の PO 方向の成分を R とする。 R を $m, a, g, \theta, \dot{\theta}$ から必要なものを用いて式で示せ。
- (5) ω_0 が問い 1 - 1 (3) で求めた条件を満たすとする。その場合でも、 ω_0 の大きさによっては球 1 が段差を上がりきる前に点 P から離れる場合がある。球 1 が段差を上がりきる前に点 P から離れないために ω_0 が満たすべき条件を式で示せ。式は ω_0 のみを左辺にして示すこと。

1-2

図1-4に示すように、球1を点Pから離して面1上で静止させた後に、球1を段差に向かって転がすと、球1は面1上をすべることなく一定の速度 v_1 で転がった。その後、図1-5に示すように、球1は点Pに衝突し、点Pから離れることなく、かつ、点Pですべることなく、点P周りに角速度 ω_2 で回転を始めた。 v_1 と ω_2 の関係を式で示せ。式は ω_2 のみを左辺にして示すこと。なお、衝突したときの重力ならびに面1から作用する力による角力積は無視できるとする。 v_1 と ω_2 は正の定数で、その正方向はそれぞれ図1-4と図1-5に矢印で示した向きにとる。

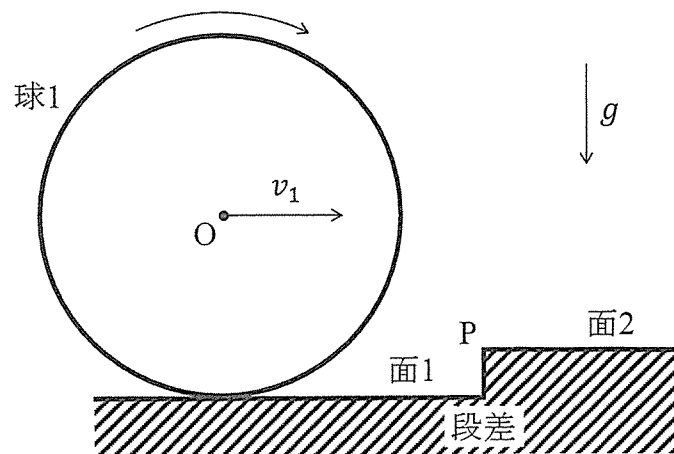


図1-4

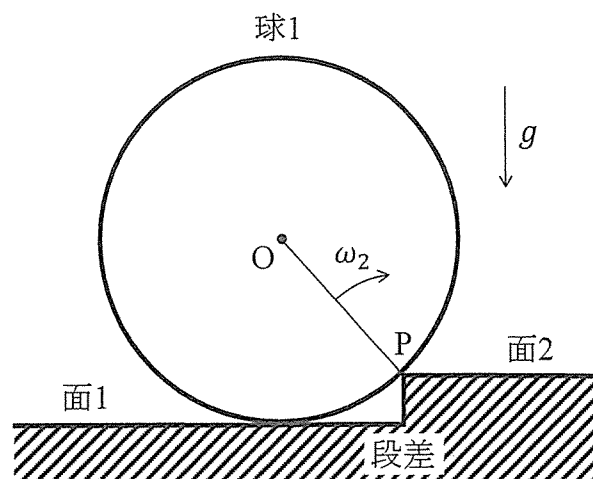


図1-5

(第1問 おわり)

2.

図2-1に示すように、密度が均一で厚さが無視できる半径 R の円板があり、円板はその中心 O を通り円板に垂直な固定軸の周りを自由に回転する。円板の円周上の点 A には、長さ r 、質量 m の密度が均一で太さが無視できる剛体棒がねじりばねを介して接続されており、剛体棒は円板と同一平面内を運動する。ねじりばねが無変形状態のとき剛体棒の重心 G は直線 OA 上にあり、直線 OA と剛体棒のなす角を θ とする。剛体棒は θ に比例する復元トルク $k\theta$ を受ける。ここで k はばね定数であり、 $k > 0$ である。また、点 O を通り円板に垂直な軸の周りの円板の慣性モーメントを I とし、円板の回転角を ϕ とする。点 O を x, y 座標の原点とし、 $\phi = 0$ のときの点 A の座標を $(R, 0)$ とする。なお、円板と剛体棒は運動中に互いに衝突しないこととする。また、可動部の摩擦や空気抵抗、重力は無視できるとする。変数の上にあるドット ($\cdot$) は時間微分を表す。

2-1

剛体棒について、その重心 G を通り運動が行われる平面に垂直な軸周りの慣性モーメントが $\frac{1}{12}mr^2$ であることを示せ。

2-2

点 G の x, y 座標を、 R, r, ϕ, θ を用いて表せ。

2-3

図2-1の系の運動エネルギー T とポテンシャルエネルギー V をそれぞれ求め、ラグランジアン L を導出せよ。必要であれば、 $\cos(p - q) = \cos p \cos q + \sin p \sin q$ の関係を用いよ。

2-4

ラグランジュの方程式を用いて、系の運動方程式を導出せよ。

2-5

問い2-4で導出した運動方程式において、 $\phi, \theta, \dot{\phi}, \dot{\theta}$ を微小近似したときの運動方程式を示せ。

2-6

問い2-5で求めた運動方程式に基づき、系の固有角振動数 ω を求めよ。

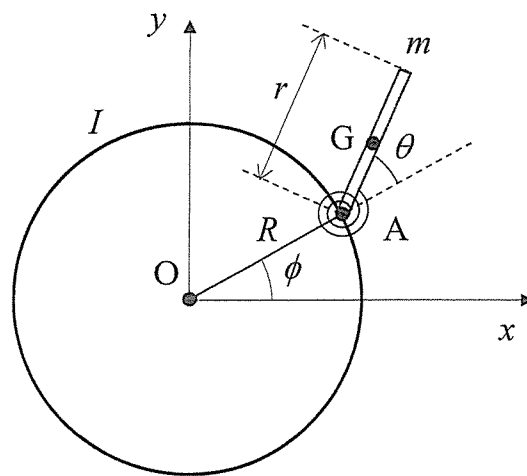


図 2 - 1

このページは白紙である.

このページは白紙である.

このページは白紙である。