2019年8月6日

機械理工学専攻・マイクロエンジニアリング専攻・航空宇宙工学専攻

2020年度大学院修士課程入学試験問題

機械力学

（150点）

13:00～14:30

問題数 2問

注意事項

1．　問題冊子は試験監督者の指示があるまで開かないこと．
2．　問題２問すべてに解答せよ．
3．　万一落丁を見つけた場合には，手を挙げてすみやかに試験監督者に申し出ること．

1．

1－1

図１－１に示すような２つのローラが段付きシャフトで連結された系の，中心軸まわりの回転運動を考える．系は中心軸まわりに自由に回転でき，中心軸は空間に固定されているとする．ローラ A，B の回転角度をそれぞれ θ_A，θ_B とし，角度の正の向きは図１－１に示す矢印のとおりとする．ローラ A，B の中心軸まわりの慣性モーメントをそれぞれ J_A，J_B，シャフトの大径部と小径部のねじり剛性をそれぞれ k_1，k_2 とする．シャフトの慣性モーメントはローラと比較して十分小さく，無視できるとする．以下の問いに答えよ．

（１） 段付きシャフト全体のねじり剛性 k_0 を k_1 と k_2 を用いて表せ．

（２） 系の固有角振動数を求めよ．ただし，k_0 を用いてもよい．

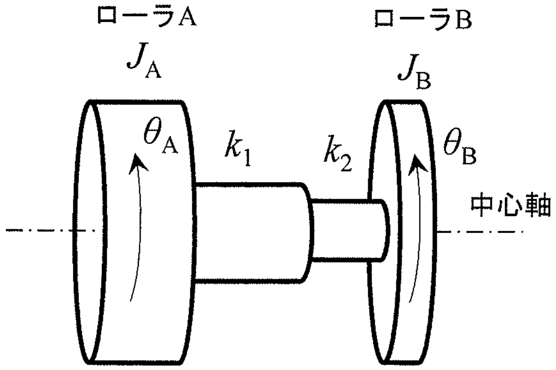

図１－１

1－2

図1－1に示した系に対して，図1－2に示すようにローラ C，D がシャフトで連結された系を追加する．ただし，k_1 と k_2 は1－1（1）で求める k_0 に置き換えた．2本の中心軸は平行で，空間に固定されている．ローラ A とローラ D，ローラ B とローラ C はそれぞれ接しているとする．ローラ D の中心軸まわりの慣性モーメントを J_D，ローラ C，D 間のシャフトのねじり剛性を k_3 とする．ローラ C，D の回転角度をそれぞれ θ_C，θ_D とし，角度の正の向きは図1－2に示す矢印のとおりとする．ローラ C，D の半径を r，ローラ A，B の半径を nr とする．ただし，n（$n>0$）は半径比である．ローラ B，C とシャフトの慣性モーメントはローラ A, D と比較して十分小さく，無視できるとする．ローラ B と C の間にはすべりは生じず，回転が完全に伝達されるとする．一方，ローラ A と D の間にはすべりが生じ，ローラ A と D の周速度の差 V_r に比例した周方向の粘性摩擦力 $V_r C_f$ が生じるとする．ただし，C_f は比例定数である．ローラ D には，外からトルク T を加える．T の正の向きは図1－2に示す矢印のとおりとする．以下の問いに答えよ．

（1）ローラ A と D の間の粘性摩擦力とローラ D に加えるトルクを無視した場合に，θ_A と θ_D に関する運動方程式を求めよ．ただし，θ_B と θ_C は用いないこと．

（2）1－2（1）で求める運動方程式において，変数 $\theta_r=\theta_A-\dfrac{\theta_D}{n}$ を用いると，θ_r に関する運動方程式を求めることができる．その系の固有角振動数を求めよ．ただし，次式の k_r を用いよ．

$$k_r=\frac{n^2k_0k_3}{k_0+n^2k_3}$$

（3）ローラ A と D の間の粘性摩擦力とローラ D に加えるトルクを考慮する．θ_r に関する運動方程式を求めよ．ただし，k_r を用いよ．

（4）1－2（3）の場合に，$k_0=4k$，$k_3=k$，$n=2$，$J_A=J_D=J$ とする．T を振幅 T_0，角振動数 ω の正弦波状のトルクとする．定常応答における θ_r の振幅を求めよ．

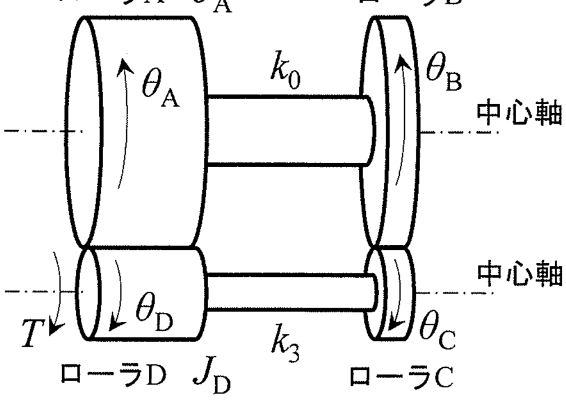

図1－2

（第1問　おわり）

2．

図２－１から図２－３の振り子について，以下の問いに答えよ．ただし，運動方程式の導出にはラグランジュの方法を用いること．棒やばねの質量はおもりの質量に比べて無視できるものとし，おもりは質点とみなす．また，すべての運動における摩擦は無視できるものとする．θ，θ_1およびθ_2は振り子の鉛直下方からの振れ角をあらわす．重力加速度gの働く場における紙面内での振動について考える．

２－１

図２－１のように支点Ｏを中心として，長さlのまっすぐな棒とその下端についた質量mのおもりからなる単振り子がある．この系のラグランジアンを求め，θに関する運動方程式を示せ．導出した運動方程式をθが微小であるとして線形近似し，系の固有角振動数を求めよ．

２－２

図２－２のように支点 O を中心として，ばね定数kのばねの下端に付いた質量mのおもりからなるばね振り子がある．ばねの自然長をl，自然長からのばねの変位をxとしてこの系のラグランジアンを求め，xとθに関する運動方程式を求めよ．

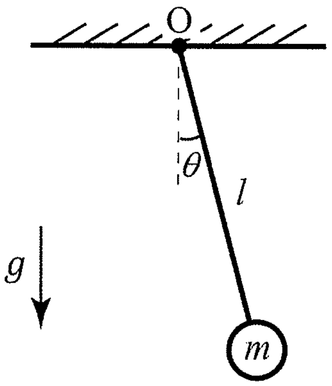

図２－１

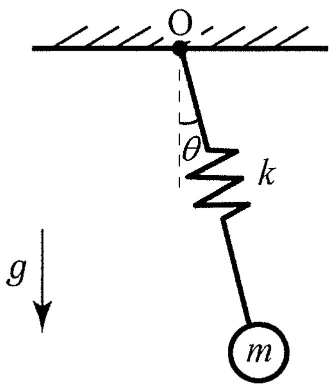

図２－２

（第２問　つぎのページにつづく）

２－３

図２－３のように支点 O から長さlのまっすぐな棒とその下端に質量mのおもり，さらにこのおもりの下に長さlのまっすぐな棒とその下端に質量mのおもりがついた二重振り子がある．それぞれの棒が鉛直下方となす角度をθ_1およびθ_2とする．それぞれのおもりは，ばね定数kのばねによって壁と接続しており，ばねの自然長は十分長いため各質点の水平方向の変位のみがばねを伸縮させるものとする．すなわち，ばねによるポテンシャルエネルギーは，水平方向の変位によるもののみを考えるものとする．また，ばねがいずれも自然長のときに$\theta_1 = \theta_2 = 0$である．

（１）この系の運動エネルギーTおよびポテンシャルエネルギーUを求めよ．

（２）この系のθ_1およびθ_2に関する運動方程式を求めよ．なお，ここでは角度θ_1およびθ_2について微小近似することなく導出せよ．

（３）θ_1，$\dot{\theta}_1$，θ_2，$\dot{\theta}_2$が微小であるとして，運動方程式を線形近似せよ．ただし，変数の上のドット（・）は時間微分を示す．

（４）（３）より，系の固有角振動数を求め，固有角振動数におけるθ_1とθ_2の振幅比を求めよ．

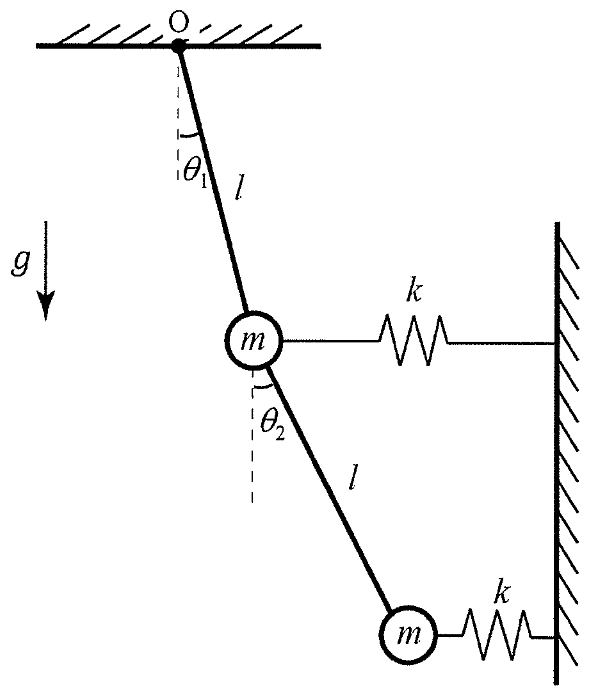

図２－３

（第２問　おわり）